

联合研究报告

2012. 07. 04

信用等级迁移矩阵的计算方法研究

信用等级迁移矩阵的计算方法研究

联合资信 李英雄

一、信用等级迁移矩阵概述

信用等级调整是信用评级机构最重要的评级行动之一，信用等级调整行为包括调升、调降和维持。在一定的时期（本文称之为“考察期”）内，信用评级机构对债务发行人的信用等级调整结果可以形成债务发行人的信用迁移路径，这反映了债务人信用质量的变化。度量信用等级迁移的工具为信用等级迁移矩阵，信用等级迁移矩阵的常见形式见图1。

		1	2	3	4	5	6	...	n-1	n
		AAA	AA ⁺	AA	AA ⁻	A ⁺	A	...	C	D
1	AAA	$m_{1,1}$	$m_{1,2}$	$m_{1,3}$	$m_{1,4}$	$m_{1,5}$	$m_{1,6}$...	$m_{1,n-1}$	$m_{1,n}$
2	AA ⁺	$m_{2,1}$	$m_{2,2}$	$m_{2,3}$	$m_{2,4}$	$m_{2,5}$	$m_{2,6}$...	$m_{2,n-1}$	$m_{2,n}$
3	AA	$m_{3,1}$	$m_{3,2}$	$m_{3,3}$	$m_{3,4}$	$m_{3,5}$	$m_{3,6}$...	$m_{3,n-1}$	$m_{3,n}$
4	AA ⁻	$m_{4,1}$	$m_{4,2}$	$m_{4,3}$	$m_{4,4}$	$m_{4,5}$	$m_{4,6}$...	$m_{4,n-1}$	$m_{4,n}$
...
n-1	C	$m_{n-1,1}$	$m_{n-1,2}$	$m_{n-1,3}$	$m_{n-1,4}$	$m_{n-1,5}$	$m_{n-1,6}$...	$m_{n-1,n-1}$	$m_{n-1,n}$
n	D	$m_{n,1}$	$m_{n,2}$	$m_{n,3}$	$m_{n,4}$	$m_{n,5}$	$m_{n,6}$...	$m_{n,n-1}$	$m_{n,n}$

其中，信用级别 n 为违约级别，i=1, 2, ..., n-1 为非违约级别； $m_{i,j}$ 为考察期初信用级别为 i 的发行人迁移到考察期末信用级别为 j 的比率。一般而言，发行人可以从非违约级别迁移到违约级别；但是发行人一旦违约，就永远处于违约等级，不可能迁移到非违约级别；因此，信用等级迁移矩阵具有吸附性，即。 $m_{n,1} = m_{n,2} = \dots = m_{n,n-1} = 0$, $m_{n,n} = 100\%$ 。读者不难发现， $m_{i,i}$, $i=1, 2, \dots, n-1$ 表示信用评级机构在考察期内维持信用级别的比例。

研究信用等级迁移问题对债务市场的各方参与者均具有重要的意义。

1、对投资者而言，债务发行人的信用评级变化会给投资者带来风险，因此在信用产品定价和风险管理时，必须充分考虑信用评级迁移风险，将信用评级迁移纳入信用风险管理和信用敏感工具定价模型。

2、对信用评级机构而言，信用等级迁移是检验信用评级机构评级稳定性的重要工具，因此著名信用评级机构都会定期发布其所评企业的信用等级迁移结果。

3、对监管机构而言，信用等级迁移是其了解、掌握金融市场信用风险变化的重要途径之一；是监管评级机构的重要参考指标之一。

4、对于承销商而言，在对债券的发行定价时，除了考量宏观金融环境、发行人信用等级以外，还需要参考发行人的历史信用等级和市场的整体迁移趋势。

5、对于发行人而言，研究自身的信用变化路径，以保持、调整或者改进经营策略，获取更高的信用级别，降低融资成本；同时，发行人了解市场的整体迁移趋势后，可以及时预测融资成本，调整融资政策。

二、信用等级迁移矩阵计算方法

目前，比较流行的信用等级迁移计算方法有两种，分别是 Cohort 方法和 JLT 方法。

2.1 Cohort 方法

Cohort 方法的基本思路为：（一）构建受评企业的静态池，静态池是指在考察期内企业是固定的、不变的，即在考察期内无企业进入静态池，也无企业离开静态池，静态池的所有企业都具备从考察期初到考察期末的信用等级迁移轨迹。（二）统计受评企业从考察期初的信用等级转移至考察期末的信用等级的比例。Cohort 信用等级迁移矩阵的计算公式为：

$$m_{i,j} = \frac{n_{i,j}}{N_i}$$

其中， $n_{i,j}$ 为考察期初信用等级为 i 而考察期末信用等级为 j 的企业个数， N_i 为考察期初信用等级为 i 的企业个数。

Cohort 方法比较简单，易于操作，且容易被投资者理解并接受，因此只要具备足够的数据积累，信用评级机构都会使用该法计算年度（或者其他考察期）的信用评级迁移矩阵。联合资信和联合评级等国内信用评级机构也开始定期发布国内债券发行人的信用等级迁移矩阵，交易商协会主编的《中国银行间债券市场信用评级行业年度报告》近年都披露了当年我国银行间债券市场发行人的信用等级迁移矩阵。

Cohort 方法的缺陷是很明显的，该方法只能反映考察期初到考察期末的信用等级变化，无法反映考察期内任意时间段内债务企业的信用评级迁移轨迹。例如，设定考察期为年初至年末，某企业在年初的信用级别为 AA⁺，3 月底被评级机构调升为 AAA，9 月底又被调降为 AA⁺，11 月底被调降为 A⁺，直至年底保持 A⁺ 不变，那么采用 Cohort 方法计算的信用等级迁移矩阵只包含了该企业从 AA⁺ 迁移至 A⁺ 的信息，没有包含从 AA⁺ 迁移至 AAA、从 AAA 迁移至 AA⁺ 和从 AA⁺ 迁移至 A⁺ 的信息。

2.2 JLT 方法

JLT 方法是目前最为接受的信用等级迁移矩阵的计算方法。该方法由 Jarrow、Lando 和 Tumbull 于 1997 年在《A Markov Model for the Term Structure of Credit Risk Spreads》中提出，取三

位作者的名字的首位字母而得名。Lando 和 Torben 于 2002 在《Analyzing Ratings Transitions and Rating Drift with Continuous observation》一文中详细介绍了该方法的计算过程。

JLT 方法的计算过程可以分为三步：（一）统计每个发行企业在考察期初的信用级别，以及考察期内每个发行企业的信用等级调整时间、调整级别和调整后级别。（二）计算 Λ 矩阵。纪婧在《信用评级迁移风险的度量与定价研究》中建议采用如下公式计算 λ_{ij} ：

$$\lambda_{ij} = \begin{cases} \frac{n_{ij}}{\int_0^T y_i(s) ds}, & \text{if } i \neq j \\ -\sum_{j \neq i} \lambda_{ij}, & \text{if } i = j \end{cases}$$

其中， $y_i(s)$ 为时刻 s ，信用等级为 i 的企业家数； n_{ij} 为时间段 $[0, T]$ 内，信用等级 i 从迁移到 j 的企业家数。笔者认为，在实际计算过程采用如下公式计算 λ_{ij} ($i \neq j$) 更为方便：

$$\lambda_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^n z_{ij}^k}{\sum_{k=1}^n t_i^k}$$

其中， n 表示统计样本的个数， t_i^k 是企业 k 保持信用级别 i 的时间， z_{ij}^k 是特征函数，为：

$$z_{ij}^k = \begin{cases} 1, & \text{企业 } k \text{ 在考察期内从信用等级 } i \text{ 调整到 } j \\ 0, & \text{企业 } k \text{ 在考察期内未从信用等级 } i \text{ 调整到 } j \end{cases}$$

（三）计算信用等级迁移矩阵，JLT 算法的信用等级迁移矩阵的计算公式为：

$$P = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Lambda^k}{k!}$$

其中 Λ^k 是矩阵的 k 次幂函数。

JLT 方法可以刻画考察期间内任何时间段内，企业的信用等级迁移轨迹。读者可以推知，即使企业迁移至某个信用级别，并在很短的时期内停留在该信用评级，随后迁移至其他信用等级，久期方法也能反映出该迁移情况。有学者研究认为，JLT 方法明显的比 Cohori 法更为准确。

JLT 方法的第一步和第三步比较容易理解，第二步有些抽象，本文介绍一个算例，战士第二步的计算过程。

假设存在两个非违约等级（记为 A 和 B）和一个违约等级（记为 D），以 1 年为考察期，期初信用等级为 A 的企业个数为 100，信用等级为 B 的企业个数也为 50，信用等级为 D 的企业个数为 0。第 2 个月底，10 个信用等级为 A 的企业被调整为 B，并一直保持该信用级别至年底。第 4 个月底，5 个信用等级为 B 的企业被调整为 A，并一直保持该信用级别至年底；第 10 个月底，5 个信用等级为 A 的企业出现违约，3 个信用等级为 B 的企业出现违约。那么， Λ 矩阵的计算方法为：

$$\lambda_{AB} = \frac{10}{90 \times 1 + 10 \times \frac{2}{12} + 5 \times \frac{6}{12}} = 0.10620 \quad \lambda_{AD} = \frac{5}{90 \times 1 + 10 \times \frac{2}{12} + 5 \times \frac{6}{12}} = 0.05310$$

$$\lambda_{BA} = \frac{5}{50 \times 1 + 2 \times \frac{10}{12} + 3 \times \frac{8}{12} + 5 \times \frac{2}{12}} = 0.09174 \quad \lambda_{BD} = \frac{3}{50 \times 1 + 2 \times \frac{10}{12} + 3 \times \frac{8}{12} + 5 \times \frac{2}{12}} = 0.05505$$

因此， Λ 矩阵为：

$$\begin{matrix} & A & B & D \\ A & \begin{pmatrix} -0.15930 & 0.10620 & 0.05310 \end{pmatrix} \\ B & \begin{pmatrix} 0.09174 & -0.14679 & 0.05505 \end{pmatrix} \\ D & \begin{pmatrix} 0.00000 & 0.00000 & 0.00000 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

由此计算的信用等级迁移矩阵为：

$$\begin{matrix} & A & B & D \\ A & \begin{pmatrix} 0.8569 & 0.0913 & 0.0518 \end{pmatrix} \\ B & \begin{pmatrix} 0.0788 & 0.8677 & 0.0535 \end{pmatrix} \\ D & \begin{pmatrix} 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

三、实证研究

本节介绍两种迁移矩阵计算方法的实证结果。Cohort方法计算的信用等级迁移矩阵为2010~2011年的2年期信用等级迁移矩阵，JLT方法计算的信用等级迁移矩阵是2011年的1年期信用等级迁移矩阵。

1、Cohort方法

统计样本为我国银行间债券市场的发行人，包括短期融资券、中期票据、企业债券和非政策性金融机构债券发行人。考察期设定为2010年初至2011年末。样本个数为433个，其中78个企业的信用级别被调升或调降，占比为18.01%；74家企业被调升，4家企业被调降。信用等级迁移矩阵见表1。

根据表1可以得出以下结论：第一，信用等级的稳定性整体较好，高信用等级的稳定性比低信用等级的稳定性高。第二，信用等级被调升的企业占比比例远远高于信用级别被调降的企业占比。

表1 采用 Cohort 方法计算的 2010~2011 年 2 年期迁移率 (%)

	AAA	AA ⁺	AA	AA ⁻	A ⁺	A
AAA	100.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
AA ⁺	13.64	85.23	1.14	0.00	0.00	0.00
AA	0.00	20.16	77.42	2.42	0.00	0.00
AA ⁻	0.00	0.00	43.08	56.92	0.00	0.00
A ⁺	0.00	0.00	0.00	56.25	43.75	0.00
A	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	100.00

2、JLT方法

本文采用了我国银行间债券市场的债券发行人为样本，设定考察期为2011年初至2011年末，共计764个企业，其中153家企业的信用级别被我国银行间市场信用评级机构进行了调升或调降。采用JLT方法计算得到的信用迁移矩阵见表2。

从表2可以看出，信用级别调升是2011年我国银行间市场信用评级机构的主要级别调整行为，尤其是AA+、AA和AA-的上调比例较高；部分A+、A-和BBB+级企业被我国银行间市场信用评级机构将其信用级别下调。此外，A-及以下，样本量太小，不能代表样本总体的统计特征。

表 2 采用 JLT 方法计算的 2011 年 1 年期迁移率(%)

	AAA	AA ⁺	AA	AA ⁻	A ⁺	A	A ⁻	BBB ⁺	BBB	BBB ⁻	BB ⁺
AAA	100.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
AA ⁺	9.73	89.67	0.60	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
AA	0.66	12.24	87.10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
AA ⁻	0.20	4.51	33.48	61.81	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
A ⁺	0.04	1.05	10.36	29.99	55.80	0.00	0.00	0.00	0.00	0.71	2.05
A	0.03	0.98	11.73	13.78	25.75	47.13	0.00	0.00	0.00	0.12	0.48
A ⁻	0.00	0.06	0.94	1.10	2.51	9.52	49.53	16.02	14.15	4.80	1.37
BBB ⁺	0.00	0.01	0.14	0.16	0.42	2.34	22.26	37.07	3.07	24.40	10.13
BBB	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	100.00	0.00	0.00
BBB ⁻	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	58.35	41.65
BB ⁺	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	38.31	61.69